

Modelowanie i prognozowanie zapotrzebowania oraz cen energii elektrycznej w warunkach rynkowych



Rafał Weron

Centrum im. H.Steinhausa
Politechnika Wrocławska

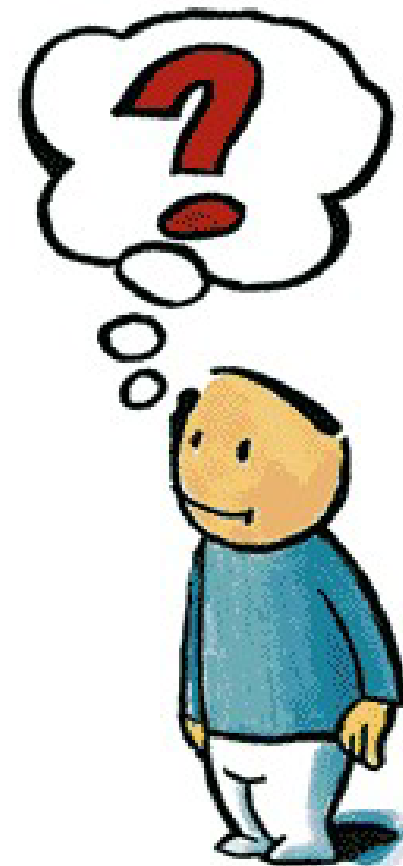
Wprowadzenie



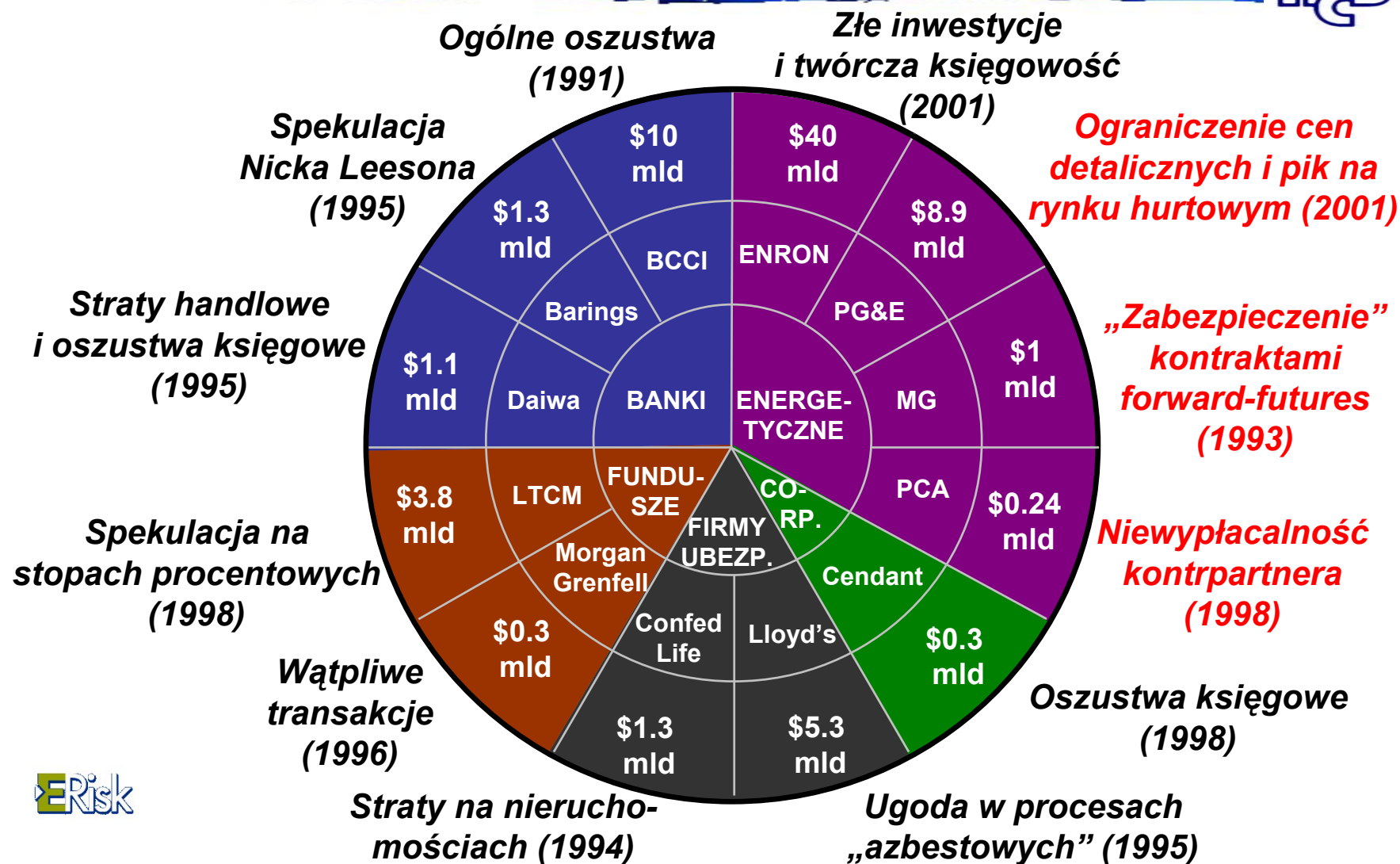
- Jakie jest pytanie ?

**Jaka jest dynamika
cen energii elektrycznej ?**

- Dlaczego zadajemy
sobie to pytanie ?



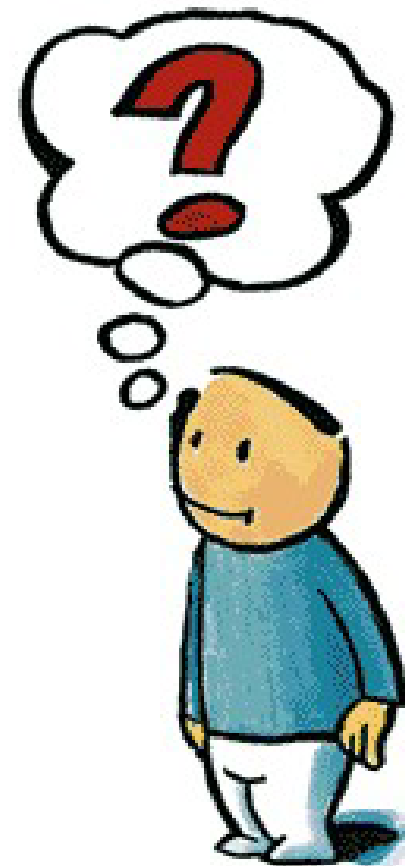
Koło „niefortuny”



Wprowadzenie cd.



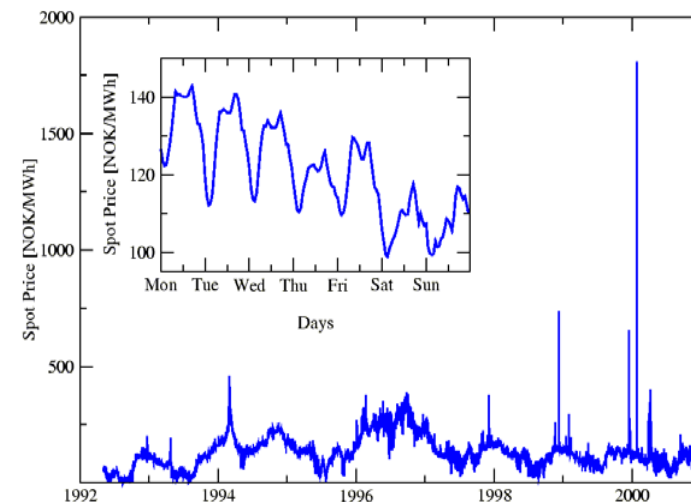
- Jakie jest pytanie ?
- Dlaczego zadajemy sobie to pytanie ?
- Czy umiemy na to pytanie odpowiedzieć ?



Wyjątkowy charakter energii elektrycznej



- Ekstremalna zmienność cen – do 10 razy większa niż dla innych towarów czy instrumentów finansowych
- Skoki / piki cen oraz zapotrzebowania
- Powracanie do średniej
- Sezonowość
- Zależność od pogody



- [Weron, Przybyłowicz \(2000\)](#) **PHYSICA A**,

[Weron \(2000\)](#)  Springer, [Trück, Weron \(2004\)](#) **RISKNEWS**
Das Fachmagazin für Risikomanagement

Wyjątkowy charakter energii elektrycznej cd.



- Brak lub ograniczone możliwości przechowywania energii elektrycznej
 - ◆ Wycena arbitrażowa raczej niemożliwa
- Zarządzanie ryzykiem utrudnione
 - ◆ Instrumenty finansowe „szyte na miarę”
- Niezbędne realistyczne modele dynamiki cen



- Bujko, Malko, Weron, Weron (2000)  Weron, Weron (2000) **BM** 

Modelowanie cen spotowych (cen „rynku dnia następnego”)



- Modele statystyczne (ekonometryczne)
 - ◆ Modelowanie procesem stochastycznym (losowym)
 - ◆ **Model dyfuzji z „pikami”**
 - ◆ **Modele typu *regime switching***

- Modele fundamentalne
 - ◆ Równowaga podaży/popyt (*equilibrium models*)
 - ◆ Czynniki „zewnętrzne”: czapa śnieżna, itp.

Modele dyfuzji ze skokami



- Cena spotowa energii elektrycznej często jest modelowana procesem dyfuzji ze skokami:

$$X_t = \mu(X, t)t + \sigma(X, t)B_t + \sum_{i=1}^{N_t} J_i(X)$$

Dryf, np.
 $(\alpha - \beta X_t)t$

Proces ruchu Browna
(„klasyczna dyfuzja”)

Złożony proces Poissona $q(X, t)$,
tj. proces skokowy z pewną
intensywnością i rozkładem
wielkości skoków $J_i(X)$

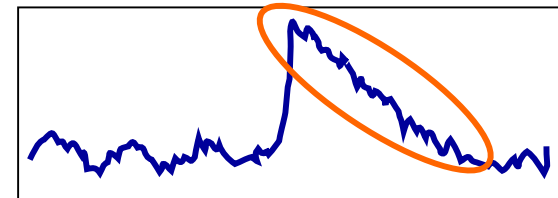
- Clewlow, Strickland (2000), Eydeland, Geman (2000), Johnson, Barz (1999)

Modele dyfuzji ze skokami cd.

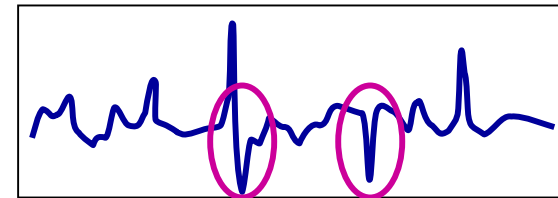


- Po skoku proces ceny jest „ściągany” do normalnego poziomu przez:

- ◆ powracanie do średniej ($\mu(X, t) = \alpha - \beta X_t$)
⇒ **zbyt wolny powrót!**



- ◆ powracanie do średniej + skoki w dół
⇒ **nagłe spadki cen!**



- Alternatywnie, po skoku w górę może zawsze następować skok w dół o podobnej wielkości – skala dobowa
- [Weron, Simonsen, Wilman \(2004\)](#)  Springer

Model dyfuzji z „pikami” dla cen energii z giełdy

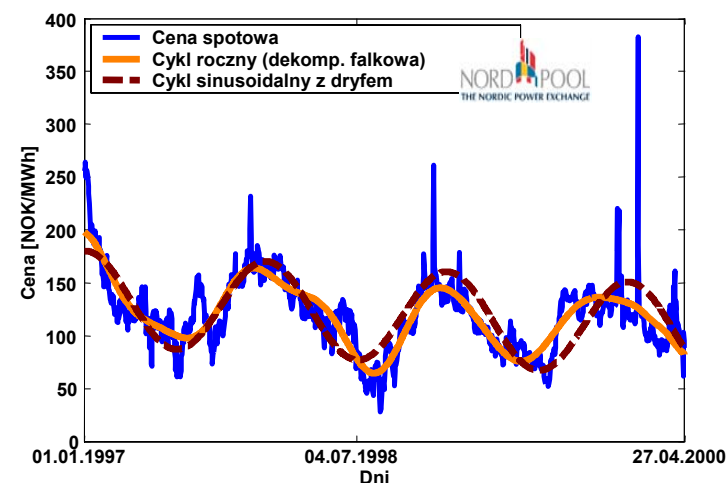


- Cena spotowa: $p_t = s_t + S_t + \exp(q_t + X_t)$
 - ◆ s_t – tygodniowa komponenta sezonowa (tj. typowy tydzień),
 - ◆ S_t – roczna komponenta sezonowa (**sinusoida**),
 - ◆ q_t – komponenta poissonowska o skokach J_t , np. $\log J_t \sim N(\mu, \rho^2)$
 - ◆ X_t – uogólniony proces

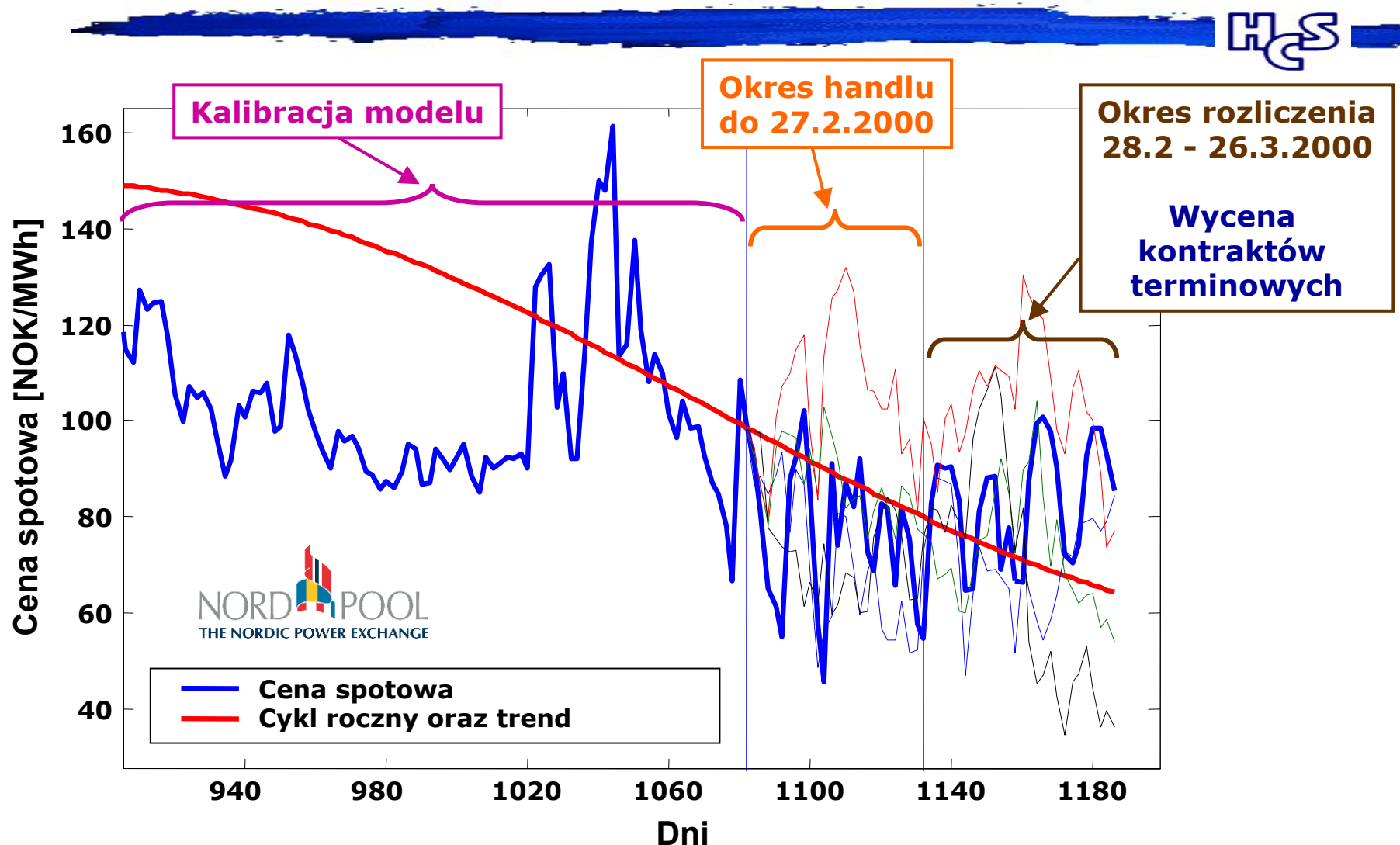
Ornsteina-Uhlenbecka:

$$dX_t = (\alpha - \beta X_t)dt + \sigma dB_t$$

- Weron (2004) **Stochastic Finance 2004**



Model dyfuzji z „pikami”: symulacje Monte Carlo

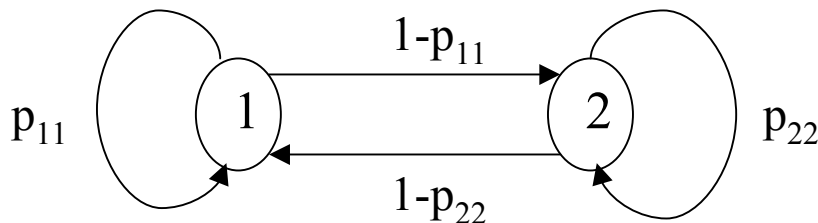


Modele typu *regime switching*



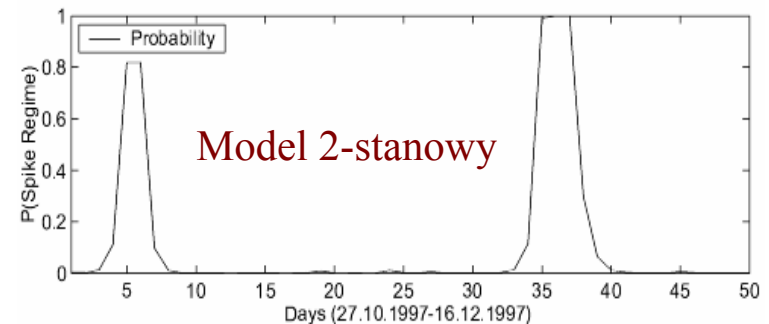
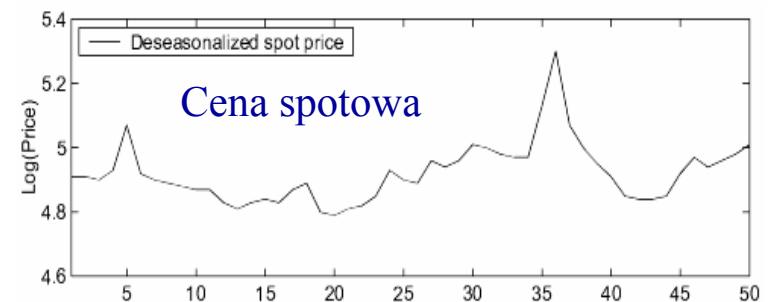
- Można modelować proces ceny zmienną losową opisaną łańcuchem Markowa z n możliwymi stanami (*regimes*):

Model 2-stanowy: $X_t = \{1, 2\}$



Prawdopodobieństwa przejścia:

$$P = (p_{ij}) = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{11} \\ 1 - p_{22} & p_{22} \end{pmatrix}$$



- Huisman-Mahieu (2003)

2-stanowy czy 3-stanowy ?

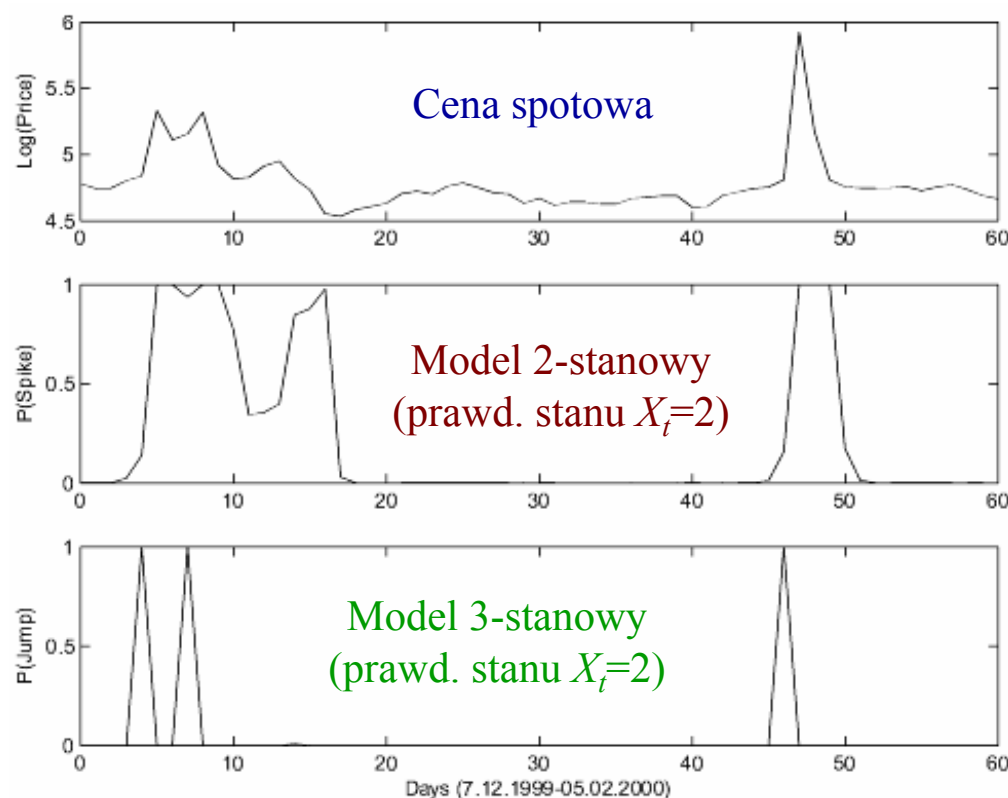


■ Model 2-stanowy:

- ◆ Stan podstawowy $X_t = 1$ (powracający do średniej)
- ◆ Stan wzbudzony $X_t = 2$ (zm. los.: gaussowska, log-normalna, Pareto)

■ Model 3-stanowy:

- ◆ Stan podstawowy $X_t = 1$ (powracający do średniej)
- ◆ Skok w górę $X_t = 2$
- ◆ Skok w dół $X_t = 3$



- Rachev, Trück, [Weron \(2004\)](#) **RISKNEWS** Das Fachmagazin für Risikomanagement, [Weron, Bierbrauer, Trück \(2004\)](#) **PHYSICA A**

Wyniki estymacji modeli typu *regime switching*



	Dane	2-stany, skoki gaussowskie	2-stany, skoki log-normalne	2-stany, skoki Pareto	3-stany, skoki gaussowskie
$P(X_t = 1)$	0,9926	0,9484	0,9485	0,9699	0,9851
$P(X_t = 2)$	0,0074	0,0516	0,0515	0,0301	0,0075
Liczba skoków	9	17,26	18,05	33,32	13,72
Max skok	248,9	173,8	180,1	712,5	169,8
Min skok	38,6	36,5	37,1	8,5	40,9

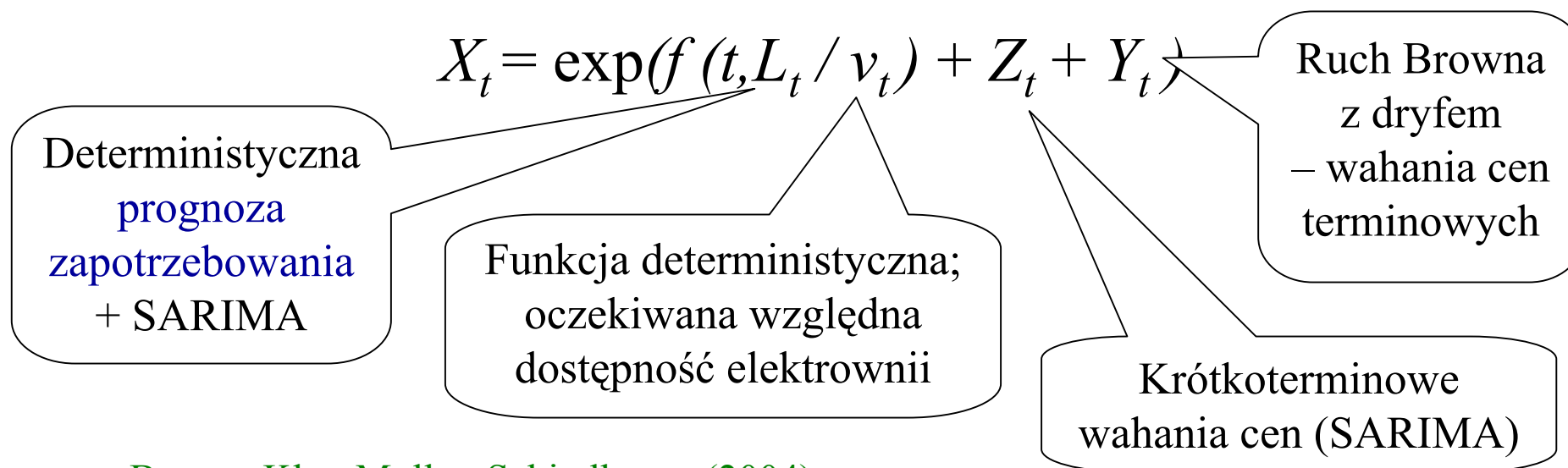
Bierbrauer, Trück, Weron (2004)



Modelowanie cen spotowych: podsumowanie

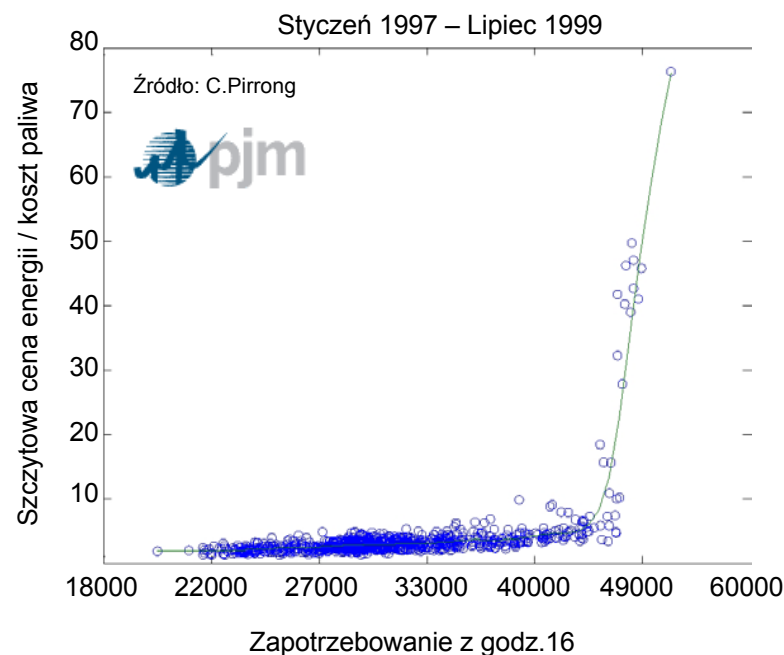
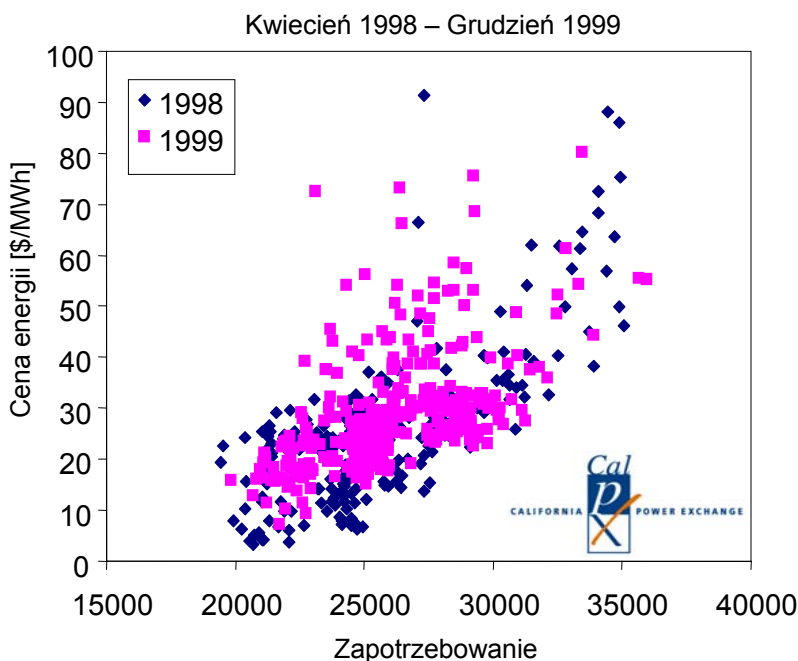


- Modele cen pozwalają wyceniać kontrakty terminowe
- ... ale nie nadają się do prognozy
- Próby wykorzystania **prognoz zapotrzebowania mocy**:



- Burger, Klar, Müller, Schindlmayr (2004)

Dlaczego można uwzględniać prognozy zapotrzebowania ?



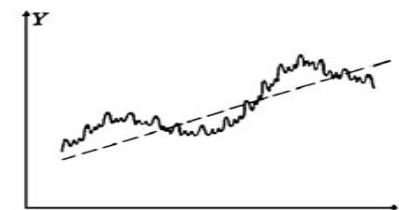
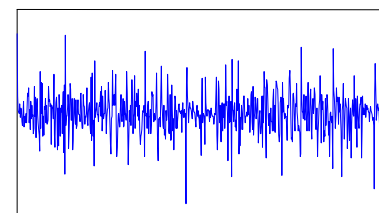
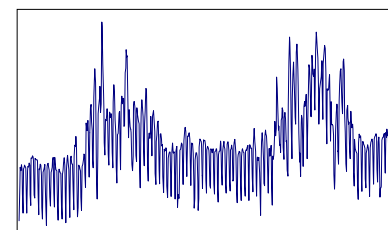
Dobre prognozy zapotrzebowania $\Rightarrow$ lepsze modele cen !

Ogólne podejście „statystyczne” do prognozowania

- Zapotrzebowanie Z_t jest modelowane jako suma:

- ◆ komponenty stochastycznej Y_t
np. AR, ARMAX, SARIMA,
GARCH, PARMA, etc.

- ◆ komponenty deterministycznej
(sezonowej) X_t



Komponenta sezonowa:

Model A - różnicowanie



■ Najprościej: $X_t = Z_t - Z_{t-7}$

■ Ogólniej:

$$X_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_{t-iT} + \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M Z_{t-jD} - \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M Z_{t-iT-jD}$$

gdzie

- ◆ $T = 168$ godzin (tj. tydzień); $D = 24$ godzin (tj. dzień)
- ◆ $N = 4$ lub 5 tygodni użytych do kalibracji
- ◆ $M = 7$ jest liczbą dni w tygodniu

■ Malko i in. (1998), Skorupski i in. (2000), Borgosz-Koczwara i in. (2001)

Model B - metody średniej ruchomej i sezonowej zmienności



- Met. średniej ruchomej – typowy tydzień
 - ◆ Nie może być użyta do usunięcia cyklu rocznego bo dane obejmują tylko kilka pełnych cykli

- Met. sezonowej zmienności

- ◆ „Rolowana zmienność” dla zwrotów (tzn. procentowych różnic):

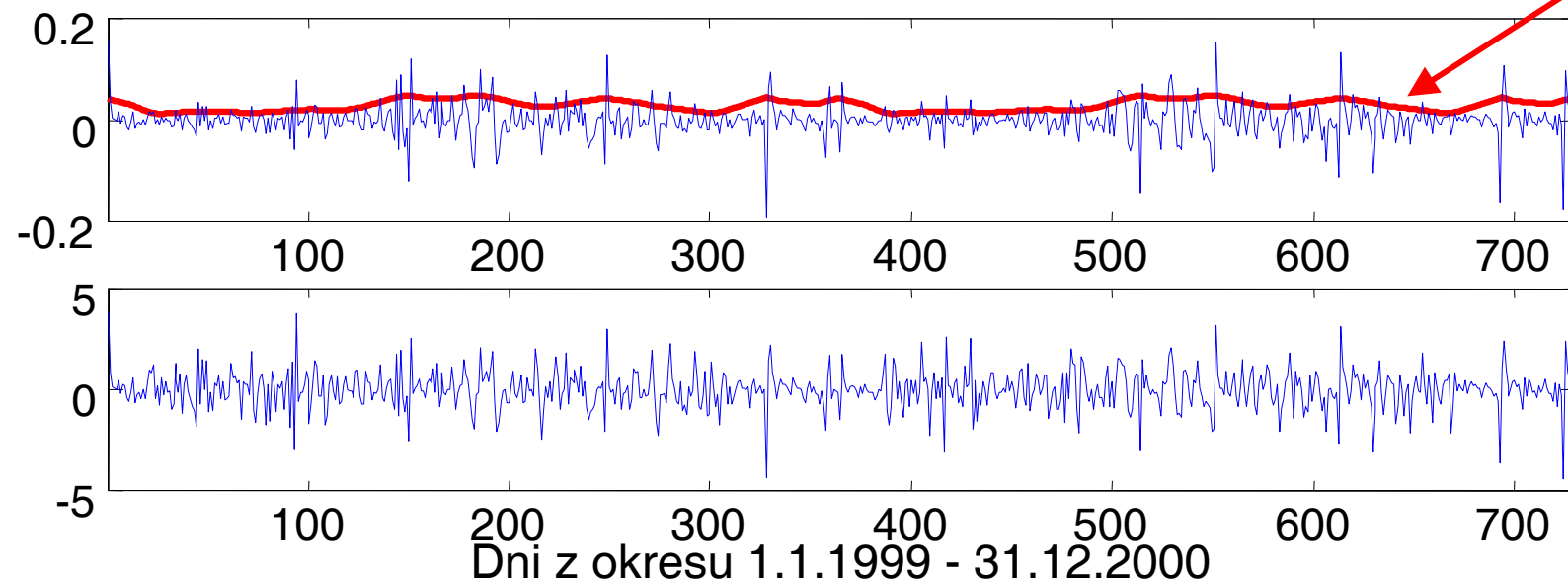
$$v_t = \sqrt{\frac{1}{24} \sum_{i=0}^{23} (R_{t-12+i} - \bar{R}_t)^2}$$

- ◆ Średnia roczna zmienność $\sigma_t = (v_t^{1999} + v_t^{2000})/2$
- ◆ Wygładzona zmienność (średnia ruchoma z σ_t)

Metoda sezonowej zmienności cd.



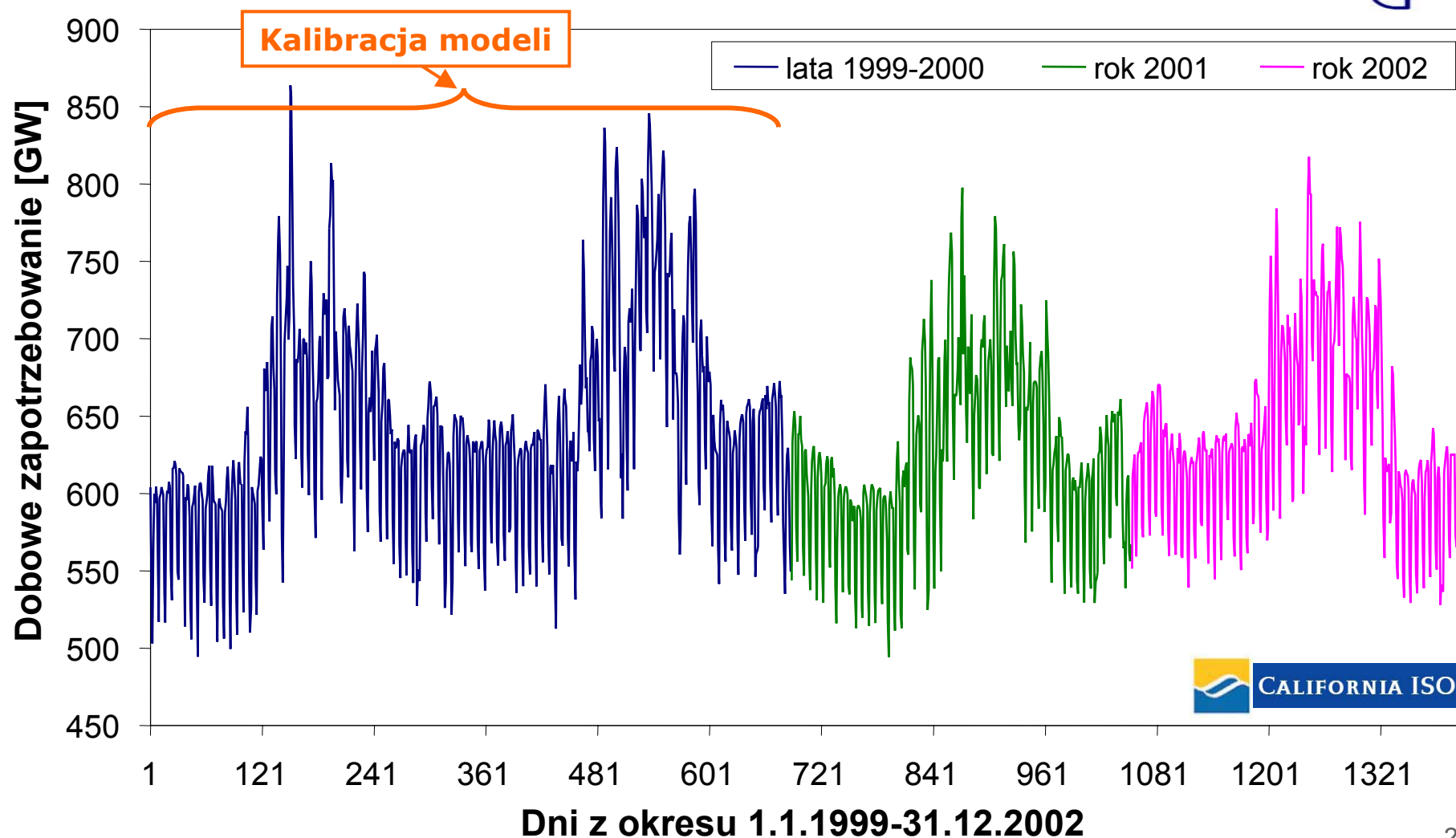
- Skalujemy dane dzieląc je przez wygładzoną roczną zmienność $\bar{\sigma}_t$



- Otrzymany szereg zapotrzebowania nie posiada cyklu rocznego
- [Weron, Kozłowska, Nowicka-Zagrajek \(2001\)](#) **PHYSICA A**

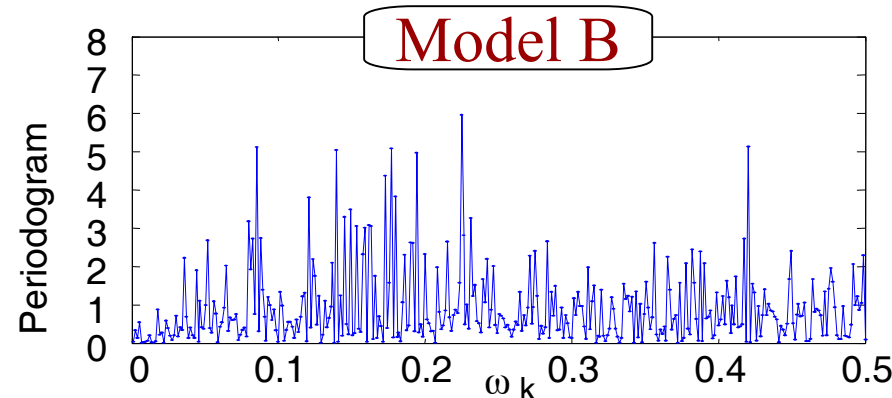
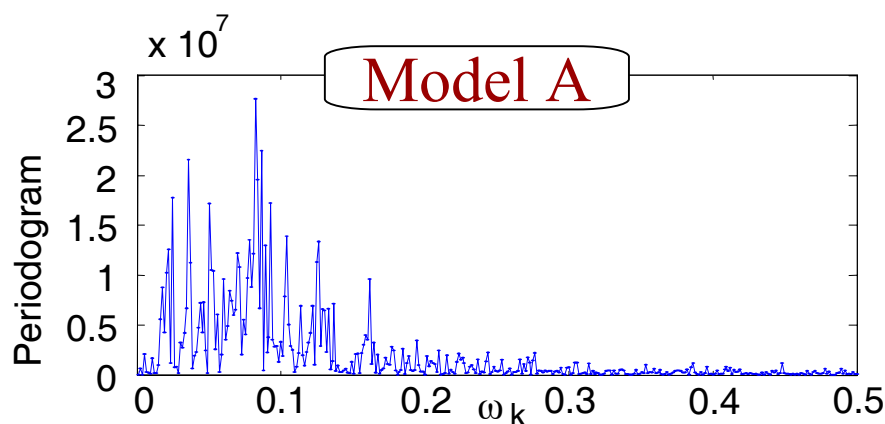
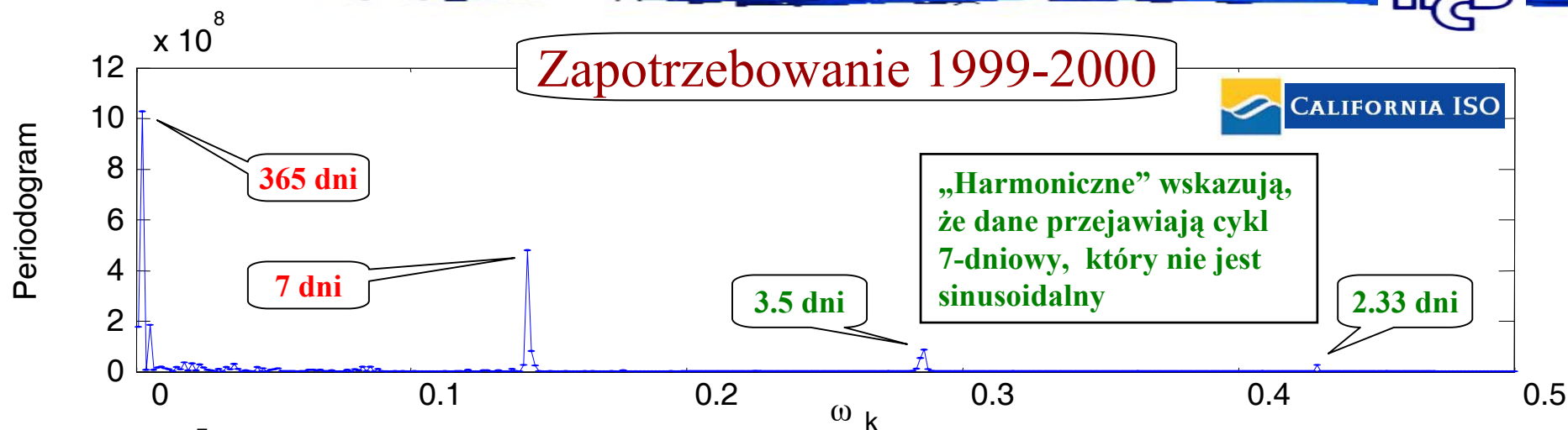
Analizowane dane: dobowe zapotrzebowanie w Kalifornii

HCS



Periodogram przed i po usunięciu sezonowości

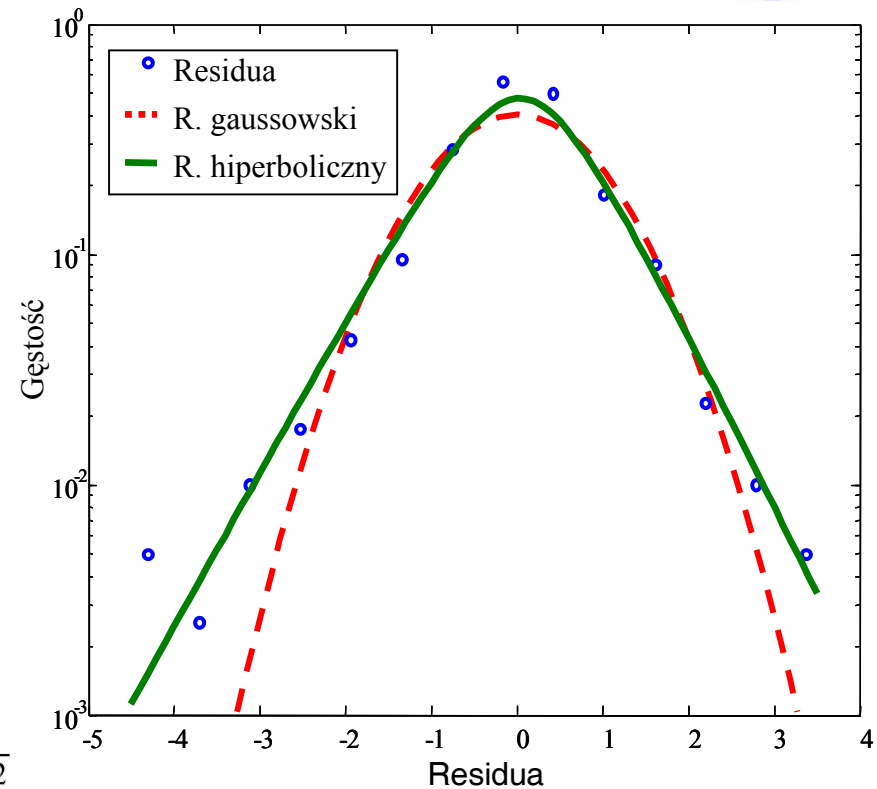
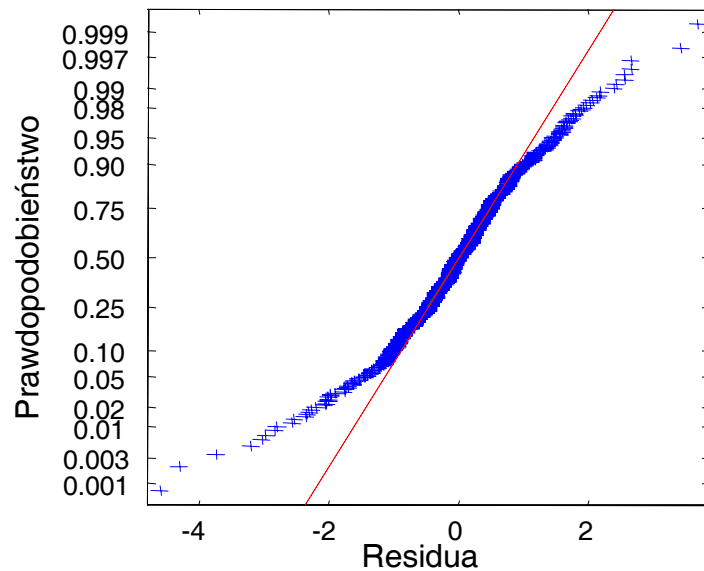
HCS



Nowicka-Zagrajek, Weron (2002) **SIGNAL PROCESSING**, Misiorek, Weron (2004) *Energetyka*

ARMA z szumem ... hiperbolicznym

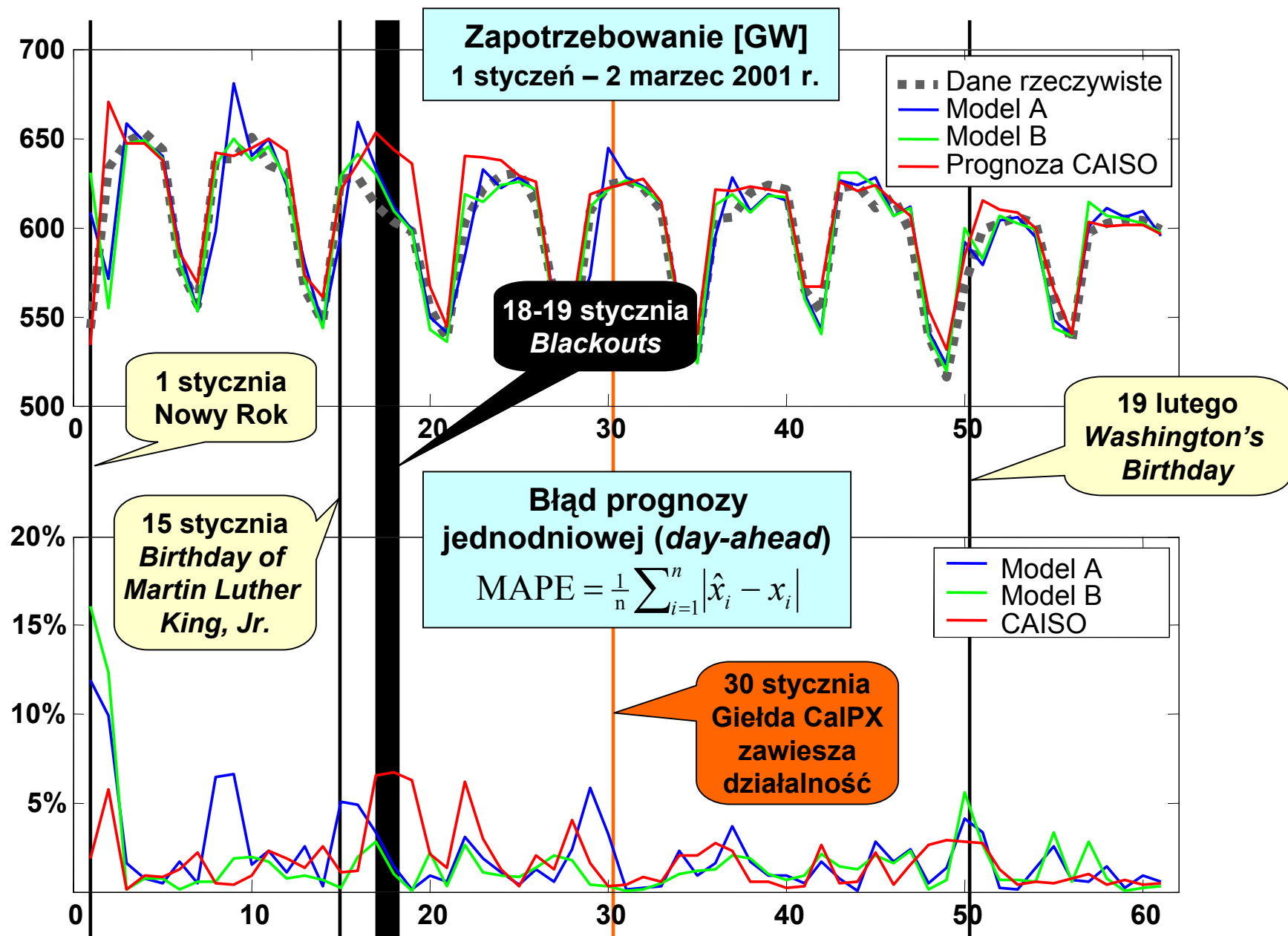
$$Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \dots - \phi_p Y_{t-p} = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$



$$f(x; \alpha, \beta, \delta, \mu)$$

$$= \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}{2\alpha\delta K_1(\delta\sqrt{\alpha^2 - \beta^2})} \exp\{-\alpha\sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2} + \beta(x - \mu)\},$$

Nowicka-Zagrajek, [Weron \(2002\)](#)



Błędy prognozy

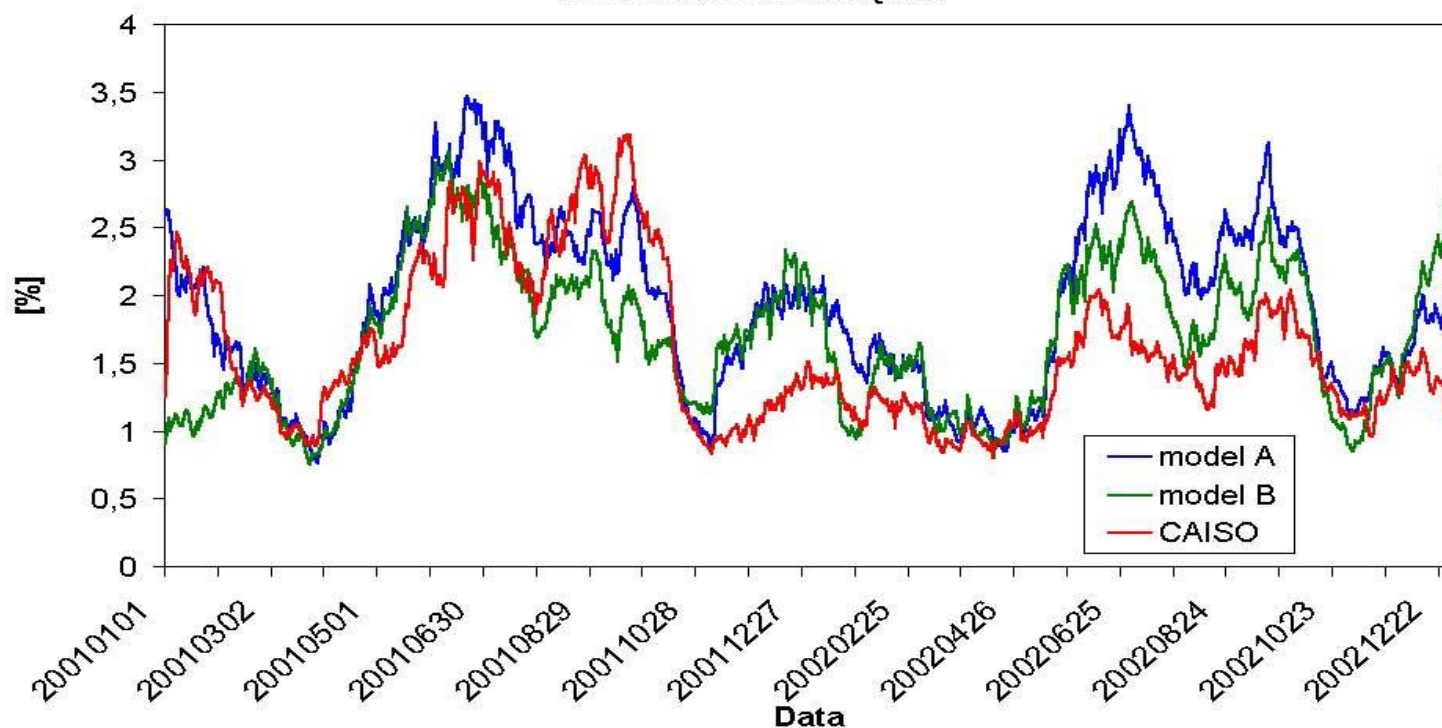
$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{x}_i - x_i|$$



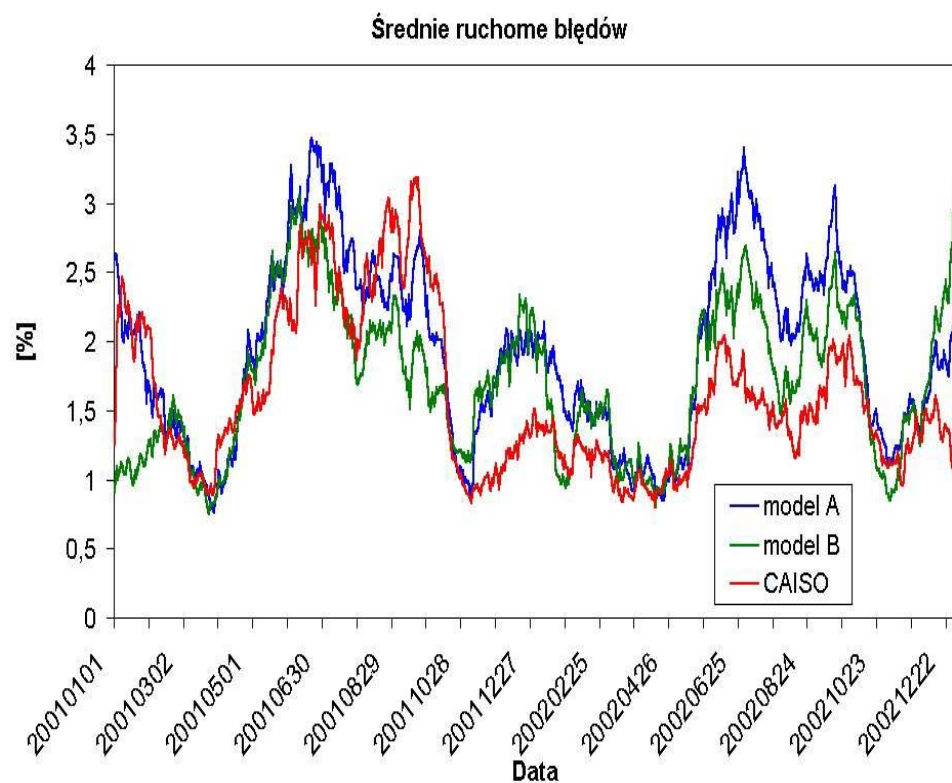
	MAPE	CAISO	Model A	Model B
2001	Ze świętami	1,84%	2,29%	2,08%
	Bez świąt	1,83%	2,00%	1,74%

	MAPE	CAISO	Model A	Model B
2002	Ze świętami	1,37%	2,06%	1,86%
	Bez świąt	1,35%	1,86%	1,67%

Średnie ruchome błędów



Błędy prognozy cd.



	MAPE prognozy CAISO	Dobowa zmiennosc rzeczywistego zapotrzebo- wania
1998 (*)	2,02%	5,26%
1999	1,79%	5,22%
2000	1,96%	4,99%
2001	1,84%	4,91%
2002	1,37%	4,42%

Misiorek, Weron (2004) *Energetyka*

Podsumowanie: zastosowania i wdrożenia



- Modele cen energii elektrycznej
 - ⇒ analiza ryzyka rynkowego i operacyjnego
 - ◆ Elektrownia Opole S.A., PKE S.A.
- Prognozowanie zapotrzebowania mocy
 - ⇒ zamknięcie pozycji na rynku bilansującym
 - ◆ Spółki dystrybucyjne (m.in. ZE Opole)
- Pakiety komputerowe

