

Recent advances in electricity price forecasting (EPF)

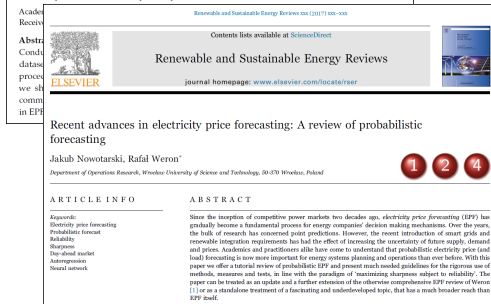
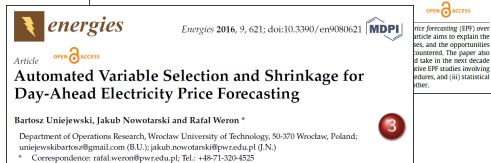
Rafał Weron

Department of Operations Research
Wrocław University of Science and Technology, Poland

<http://www.ioz.pwr.wroc.pl/pracownicy/weron/>

Agenda

- 1 Beyond point forecasts
⇒ probabilistic forecasts
- 2 Combining forecasts
 - Point forecasts
 - Probabilistic forecasts
- 3 Variable selection and shrinkage
 - LASSO
 - Elastic nets
- 4 Guidelines for evaluating forecasts



A new book on EPF ... forthcoming in 2018

Rafał Weron, Florian Ziel

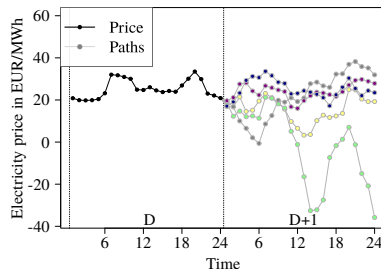
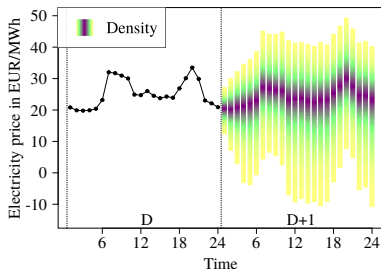
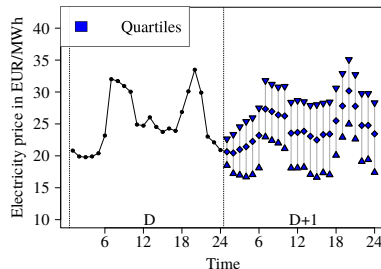
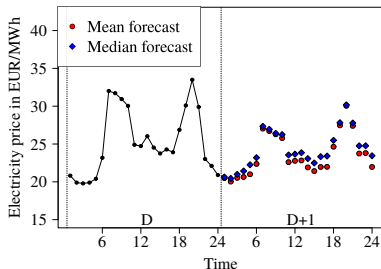


Forecasting Electricity Prices: A Guide to Robust Modeling

Chapters:

1. The Art of Forecasting
2. Markets for Electricity
3. Forecasting for Beginners
4. Evaluating Models and Forecasts
5. Forecasting for Experts

Point \rightarrow probabilistic \rightarrow path forecasting



A (very) recent review of probabilistic forecasting

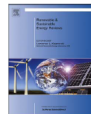
Renewable and Sustainable Energy Reviews xxx (2017) xxx–xxx



Contents lists available at ScienceDirect

Renewable and Sustainable Energy Reviews

journal homepage: www.elsevier.com/locate/rser



Recent advances in electricity price forecasting: A review of probabilistic forecasting

Jakub Nowotarski, Rafał Weron*

Department of Operations Research, Wrocław University of Science and Technology, 50-370 Wrocław, Poland

ARTICLE INFO

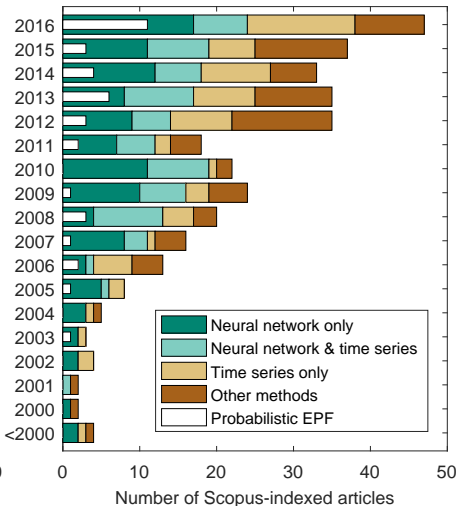
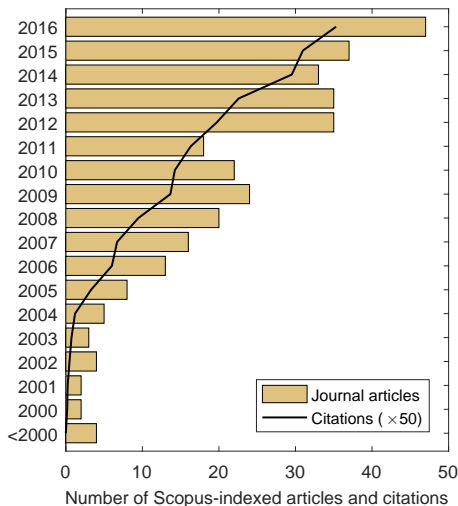
Keywords:

Electricity price forecasting
Probabilistic forecast
Reliability
Sharpness
Day-ahead market
Autoregression
Neural network

ABSTRACT

Since the inception of competitive power markets two decades ago, *electricity price forecasting* (EPF) has gradually become a fundamental process for energy companies' decision making mechanisms. Over the years, the bulk of research has concerned point predictions. However, the recent introduction of smart grids and renewable integration requirements has had the effect of increasing the uncertainty of future supply, demand and prices. Academics and practitioners alike have come to understand that probabilistic electricity price (and load) forecasting is now more important for energy systems planning and operations than ever before. With this paper we offer a tutorial review of probabilistic EPF and present much needed guidelines for the rigorous use of methods, measures and tests, in line with the paradigm of 'maximizing sharpness subject to reliability'. The paper can be treated as an update and a further extension of the otherwise comprehensive EPF review of Weron [1] or as a standalone treatment of a fascinating and underdeveloped topic, that has a much broader reach than EPF itself.

Papers, cites



GEFCom2014

(Hong, Pinson, Fan et al., 2016, IJF)

**GEFCom
2014**

Load Forecasting

**GEFCom
2014**

Price Forecasting

**GEFCom
2014**

Wind Forecasting

**GEFCom
2014**

Solar Forecasting



- Incremental data sets released on weekly basis
- Price Track:
 - 287 contestants
 - Submit 99 quantiles for 24h load periods of the next day

Price Track: Top winning teams

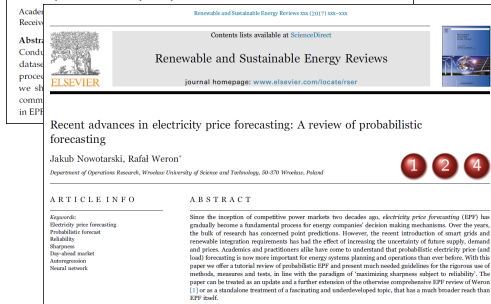
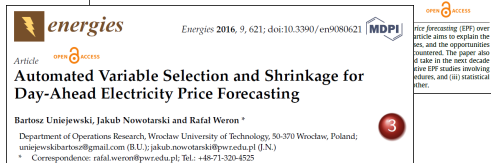
(1st and) 2nd place for QRA!

- 1 Pierre Gaillard, Yannig Goude, Raphaël Nedellec (EDF R&D, F)
- 2 Katarzyna Maciejowska, Jakub Nowotarski (Wrocław UT, PL)
- 3 Grzegorz Dudek (Częstochowa UT, PL)
- 4 Zico Kolter, Romain Juban, Henrik Ohlsson, Mehdi Maasoumy (C3 Energy, USA)
- 5 Frank Lemke (KnowledgeMiner Software, D)

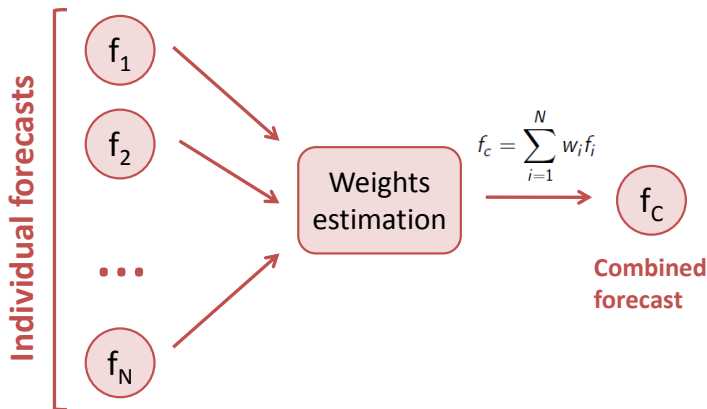


Agenda

- 1 Beyond point forecasts
⇒ probabilistic forecasts
- 2 Combining forecasts
 - Point forecasts
 - Probabilistic forecasts
- 3 Variable selection and shrinkage
 - LASSO
 - Elastic nets
- 4 Guidelines for evaluating forecasts



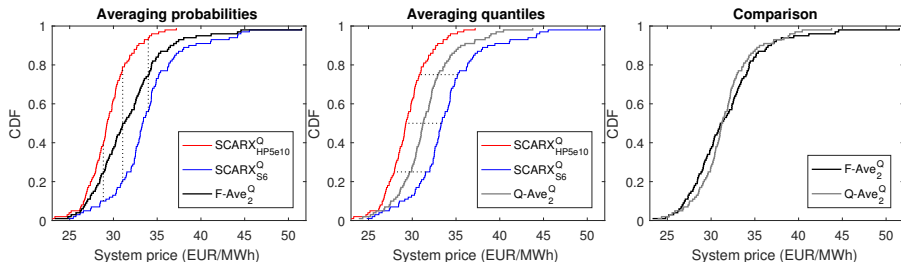
Point forecast averaging: The idea



- Dates back to the 1960s and the works of Bates, Crane, Crotty & Granger
- 'AI world': *committee machines*, *ensemble averaging*, *expert aggregation*

Combining probabilistic forecasts is more tricky

- **Gneiting & Ranjan (2013)**: a linearly combined probabilistic forecast is more dispersed than the least dispersed of the component distributions
 - Helps if the component distributions tend to be underdispersed
- **Lichtendahl et al. (2013)**: averaging quantiles is better (sharper)



Alternative: Quantile Regression Averaging (QRA)

(Submitted on 31.12.2013, 21:26 ;-)

Comput Stat (2015) 30:791–803
DOI 10.1007/s00180-014-0523-0



CrossMark

ORIGINAL PAPER



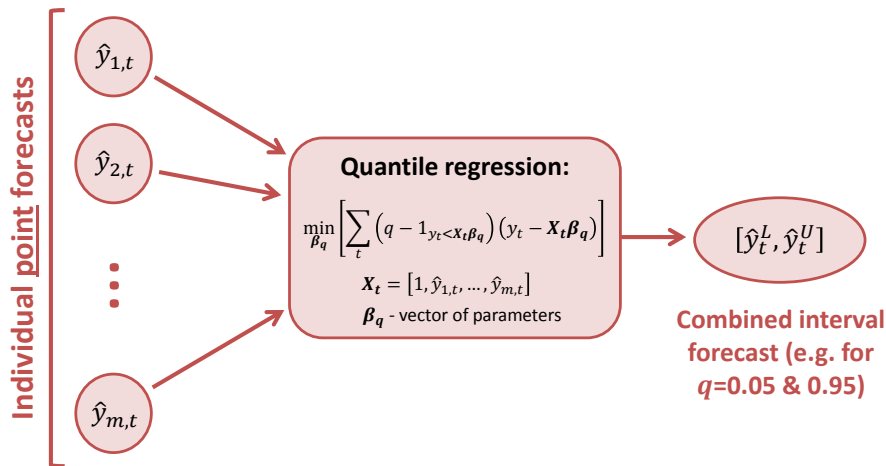
Computing electricity spot price prediction intervals using quantile regression and forecast averaging

Jakub Nowotarski · Rafał Weron

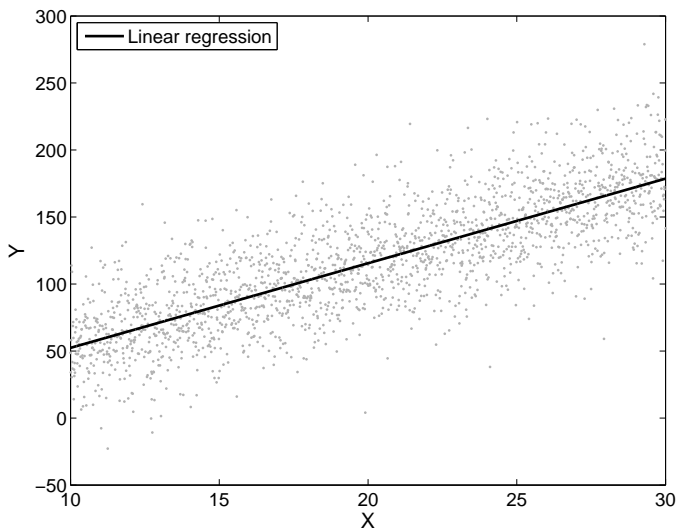
Received: 31 December 2013 / Accepted: 6 August 2014 / Published online: 19 August 2014
© The Author(s) 2014. This article is published with open access at Springerlink.com

Abstract We examine possible accuracy gains from forecast averaging in the context of interval forecasts of electricity spot prices. First, we test whether constructing empirical prediction intervals (PI) from combined electricity spot price forecasts leads to better forecasts than those obtained from individual methods. Next, we propose a new method for constructing PI—Quantile Regression Averaging (QRA)—which utilizes the concept of quantile regression and a pool of point forecasts of individual

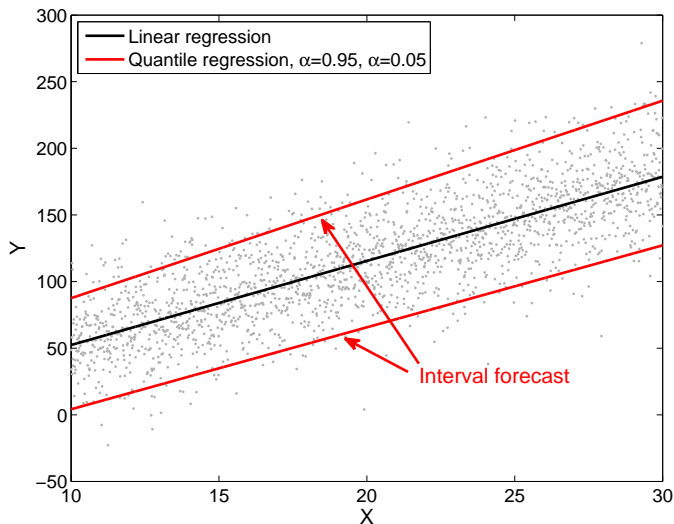
Quantile Regression Averaging: The idea



Quantile regression



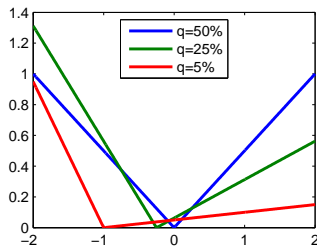
Quantile regression



How does the score function look like?

For vector $\mathbf{X}_t = [1, \hat{y}_{1,t}, \dots, \hat{y}_{m,t}]$ of point forecasts, i.e. explanatory variables, weights β_q are estimated by minimizing:

$$\min_{\beta_q} \left[\sum_{\{t: y_t \geq \mathbf{X}_t \beta_q\}} q |y_t - \mathbf{X}_t \beta_q| + \sum_{\{t: y_t < \mathbf{X}_t \beta_q\}} (1 - q) |y_t - \mathbf{X}_t \beta_q| \right]$$



Case study

978-1-4799-6095-8/14/\$31.00 ©2014 IEEE

Merging quantile regression with forecast averaging to obtain more accurate interval forecasts of Nord Pool spot prices

Jakub Nowotarski

Institute of Organization and Management
Wrocław University of Technology
Wrocław, Poland
Email: jakub.nowotarski@pwr.wroc.pl

Rafał Weron

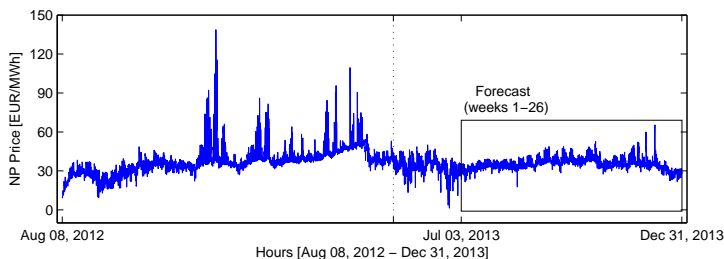
Institute of Organization and Management
Wrocław University of Technology
Wrocław, Poland
Email: rafal.weron@pwr.wroc.pl

Abstract—We evaluate a recently proposed method for constructing prediction intervals, which utilizes the concept of quantile regression (QR) and a pool of point forecasts of different time series models. We find that in terms of interval forecasting of Nord Pool day-ahead prices the new QR-based approach significantly outperforms prediction intervals obtained from standard, as well as, semi-parametric autoregressive time series models.

tions we are interested in PI, i.e. intervals which contain the true values of future observations with specified probability, not in confidence intervals.

From a practical point of view, PI provide additional information on price forecasts. High volatility and uncertainty of electricity price forecasts may frequently deviate from the true price levels. In fact, possible errors in point predictions

QRA at work



- Nord Pool hourly prices (2012-2013)
 - **Seven** months for calibration of individual models
 - **Four** weeks for calibration of quantile regression
 - **26** weeks for evaluation of interval forecasts
- **Six** individual point forecasting models
 - AR, TAR, SNAR, MRJD, NAR, FM

Evaluation of forecasts

- 50% and 90% two-sided day-ahead prediction intervals
- Two benchmark models: AR and SNAR
- Christoffersen's (1998, IER) test for unconditional and conditional coverage

- The focus on the sequence: $I_t = \begin{cases} 1 & y_t \in [\hat{y}_t^L, \hat{y}_t^U] \\ 0 & y_t \notin [\hat{y}_t^L, \hat{y}_t^U] \end{cases}$

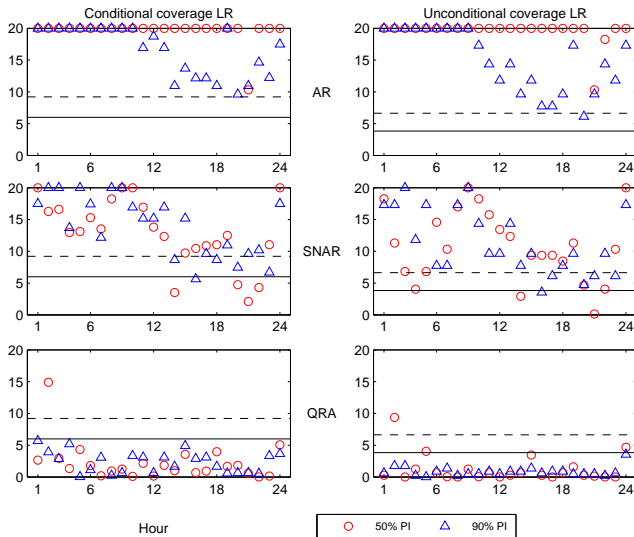
- Conditional Coverage test
(UC + independence)
Asymptotically $\chi^2(2)$

- Unconditional Coverage test
Asymptotically $\chi^2(1)$

Results: Unconditional coverage

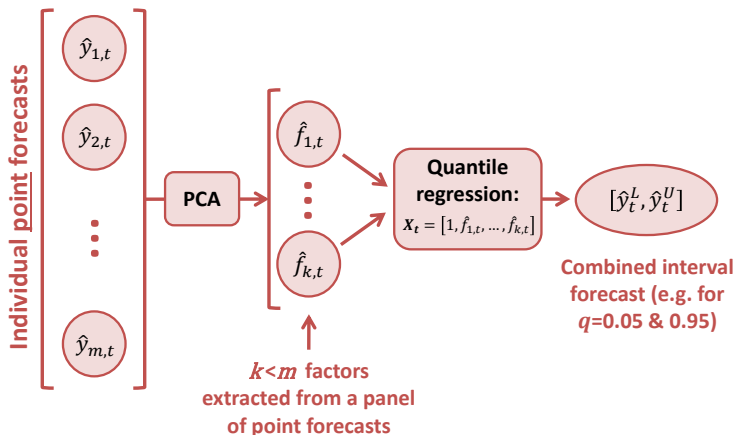
PI	AR	SNAR	QRA
<i>Unconditional coverage</i>			
50%	77.50	61.93	49.77
90%	97.53	96.41	89.33
<i>Mean width (STD of interval width)</i>			
50%	4.55 (1.34)	2.76 (0.61)	2.23 (0.81)
90%	11.14 (3.31)	9.33 (2.45)	6.78 (2.20)

Results: Christoffersen's test



FQRA: When the number of predictors is large

(Maciejowska, Nowotarski & Weron, 2016, IJF)



Agenda

- 1 Beyond point forecasts
⇒ probabilistic forecasts
- 2 Combining forecasts
 - Point forecasts
 - Probabilistic forecasts
- 3 Variable selection and shrinkage
 - LASSO
 - Elastic nets
- 4 Guidelines for evaluating forecasts

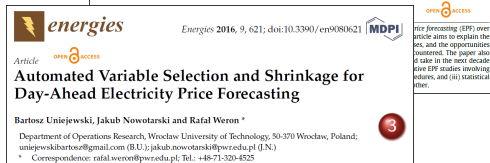


Review

Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future

Rafal Weron

Institute of Organization and Management, Wrocław University of Technology, Wrocław, Poland



Article

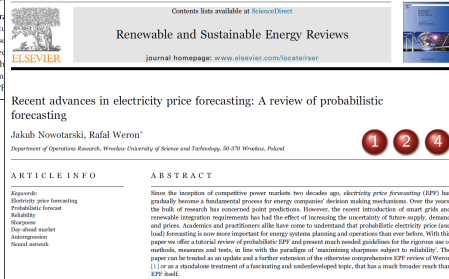
Automated Variable Selection and Shrinkage for Day-Ahead Electricity Price Forecasting

Bartosz Uniejewski, Jakub Nowotarski and Rafal Weron *

Department of Operations Research, Wrocław University of Technology, 50-370 Wrocław, Poland; uniejewski@pwr.edu.pl (B.U.); jakub.nowotarski@pwr.edu.pl (J.N.); * Correspondence: rafal.weron@pwr.edu.pl; Tel.: +48-71-320-4525

Academic
Received

Abstract
Conclusions
Data sets
Processes
We show
Comments
in EPF



Recent advances in electricity price forecasting: A review of probabilistic forecasting

Jakub Nowotarski, Rafal Weron*

Department of Operations Research, Wrocław University of Science and Technology, 50-370 Wrocław, Poland

ARTICLE INFO

Keywords:
Electricity price forecasting
Probabilistic forecast
Reliability
Sharpening
Day-ahead market
Autoregression
Neural network

ABSTRACT

Since the inception of competitive power markets two decades ago, electricity price forecasting (EPF) has gradually become a fundamental process for energy companies' decision making mechanisms. Over the years, the bulk of research has concerned point predictions. However, the recent introduction of smart grids and renewable integration requirements has had the effect of increasing the uncertainty of future supply, demand and prices. Academics and practitioners alike have come to understand that probabilistic electricity price (and load) forecasting is now more important for energy systems planning and operations than ever before. With this paper we offer a tutorial review of probabilistic EPF and present much needed guidelines for the rigorous use of methods, measures and tests, in line with the paradigm of 'maximizing sharpness subject to reliability'. The paper can be treated as an update and a further extension of the otherwise comprehensive EPF review of Weron [1] or as a standalone treatment of a fascinating and underdeveloped topic, that has a much broader reach than EPF itself.



Automated variable selection

Consider a general regression:

$$\hat{y}_i = \sum_{j=1}^p \beta_j x_{i,j} + \varepsilon_i$$

How to select predictors $x_{i,j}$? How to estimate β_j 's?

- Single-step elimination of insignificant predictors
 - In EPF: Gianfreda & Grossi (2012)
- Stepwise regression
 - Forward stepwise selection
 - Backward stepwise elimination
 - In EPF: Karakatsani & Bunn (2008), Misiorek (2008), Bessec et al. (2016), Keles et al. (2016)

What is shrinkage (regularization)?

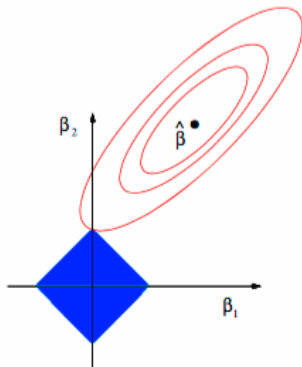
- Minimize the residual sum of squares (**RSS**) + a **penalty** function of the betas:

$$\hat{\beta} = \underset{\beta_j}{\operatorname{argmin}} \left\{ \underbrace{\sum_{i=1}^N \left(y_i - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{i,j} \right)^2}_{\text{RSS}} + \lambda \underbrace{\sum_{j=1}^n |\beta_j|^q}_{\text{penalty}} \right\}$$

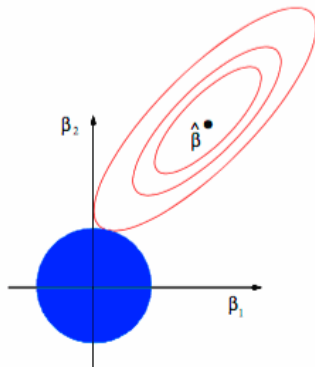
- Ridge regression ($q = 2$)
 - Introduced by: Hoerl & Kennard (1970, Technometrics)
 - In EPF: Barnes & Balda (2013)
- Least Absolute Shrinkage & Selection Operator (LASSO; $q = 1$)
 - Introduced by: Tibshirani (1996, JRSSB)
 - In EPF: Ludwig et al. (2015), Ziel et al. (2015), Gaillard et al. (2016), Ziel (2016), **Ziel and Weron (2016)**

How does it work?

Lasso



Ridge regression



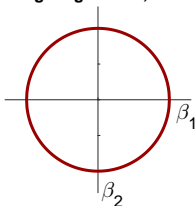
Blue areas – constraint regions, i.e., $|\beta_1| + |\beta_2| \leq t$ and $\beta_1^2 + \beta_2^2 \leq t$
Red ellipses – contours of the least squares error function

Elastic net

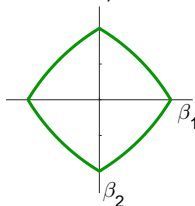
- RSS penalized by a mixed **quadratic** and **linear** shrinkage factor

$$\hat{\beta}^{EN} = \underset{\beta_j}{\operatorname{argmin}} \left\{ \text{RSS} + \lambda \left(\frac{1-\alpha}{2} \sum_{j=1}^n \beta_j^2 + \alpha \sum_{j=1}^n |\beta_j| \right) \right\}$$

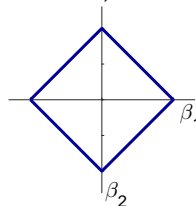
Ridge regression, $\alpha=0$



Elastic net, $\alpha=0.75$

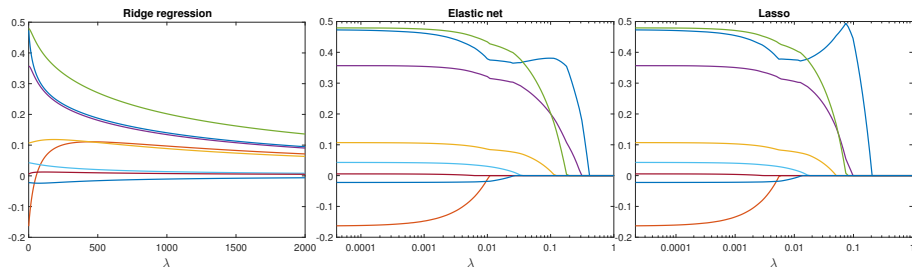


Lasso, $\alpha=1$



- Introduced by: Zou & Hastie (2015, JRSSB)
- In EPF: Uniejewski, Nowotarski & Weron (2016, Energies)

How $\hat{\beta}$'s change when λ increases?



- *Left:* Ridge regression with $\lambda \in (0, 2000)$, linear scale
- *Center:* Elastic net with $\alpha = 0.5$ and $\lambda \in (0, 1)$, log-scale
- *Right:* Lasso with $\lambda \in (0, 1)$, log-scale

Results: WMAE errors

(Uniejewski et al., 2016, Energies)

Full ARX model, 107 variables:

- 72 hourly prices from 3 previous days
- min, max & average price of 3 previous days
- 2 load forecasts, one lagged (1, 7 days)
- weekly seasonality (daily dummies, multiplied by loads or by prices)

	ARX-type			AR-type		AR - ARX
	GEFCOM	Nord Pool		GEFCOM	N2EX (UK)	
Naive	14.708 (0.975)	11.141 (0.778)	Naive	14.708 (0.975)	9.767 (0.310)	0.000
Expert benchmarks						
ARX1	11.069 (0.639)	9.739 (0.614)	AR1	11.183 (0.701)	8.384 (0.253)	0.114
ARX1h	11.072 (0.639)	9.693 (0.616)	AR1h	11.181 (0.704)	8.389 (0.253)	0.109
ARX1hm	10.976 (0.617)	8.673 (0.516)	AR1hm	11.062 (0.657)	8.229 (0.247)	0.086
mARX1	11.102 (0.621)	9.482 (0.601)	mAR1	11.320 (0.696)	8.258 (0.253)	0.218
mARX1h	11.105 (0.622)	9.461 (0.602)	mAR1h	11.322 (0.699)	8.270 (0.254)	0.218
mARX1hm	10.974 (0.598)	8.461 (0.518)	mAR1hm	11.168 (0.644)	8.098 (0.246)	0.195
ARX2	10.742 (0.575)	8.878 (0.546)	AR2	11.331 (0.700)	8.290 (0.253)	0.589
ARX2h	10.739 (0.575)	8.826 (0.546)	AR2h	11.333 (0.704)	8.288 (0.253)	0.594
ARX2hm	10.625 (0.565)	8.206 (0.485)	AR2hm	11.070 (0.656)	8.237 (0.249)	0.444
Full ARX model						
fARX	10.911 (0.507)	10.131 (0.708)	fAR	12.279 (0.602)	9.724 (0.334)	1.368
Selection and shrinkage methods						
ssARX	10.669 (0.577)	8.861 (0.537)	ssAR	12.061 (0.644)	9.344 (0.270)	1.393
ssARX1	9.894 (0.548)	8.409 (0.507)	ssAR1	11.343 (0.641)	8.395 (0.261)	1.449
fsARX	9.876 (0.502)	8.130 (0.502)	fsAR	11.193 (0.592)	8.563 (0.272)	1.317
bsARX	10.449 (0.502)	9.421 (0.599)	bsAR	11.968 (0.582)	9.252 (0.301)	1.519
RidgeX	9.777 (0.544)	8.972 (0.479)	Ridge	10.775 (0.653)	8.237 (0.260)	0.998
LassoX	9.476 (0.516)	8.419 (0.503)	Lasso	10.722 (0.609)	8.125 (0.253)	1.246
EN75X	9.475 (0.517)	8.056 (0.489)	EN75	10.708 (0.610)	8.124 (0.253)	1.233
EN50X	9.473 (0.518)	8.287 (0.496)	EN50	10.688 (0.611)	8.121 (0.253)	1.215
EN25X	9.474 (0.522)	8.529 (0.503)	EN25	10.650 (0.613)	8.113 (0.253)	1.176

Variable significance across hours

(Ziel & Weron, 2016, RePEc)

	11										12										13										14										15										16										17										18										19										20										21										22										23										24										25										26										27										28										29										30										31										32										33										34										35										36										37										38										39										40										41										42										43										44										45										46										47										48										49										50										51										52										53										54										55										56										57										58										59										60										61										62										63										64										65										66										67										68										69										70										71										72										73										74										75										76										77										78										79										80										81										82										83										84										85										86										87										88										89										90										91										92										93										94										95										96										97										98										99										100										101										102										103										104										105										106										107										108										109										110										111										112										113										114										115										116										117										118										119										120										121										122										123										124										125										126										127										128										129										130										131										132										133										134										135										136										137										138										139										140										141										142										143										144										145										146										147										148										149										150										151										152										153										154										155										156										157										158										159										160										161										162										163										164										165										166										167										168										169										170										171										172										173										174										175										176										177										178										179										180										181										182										183										184										185										186										187										188										189										190										191										192										193										194										195										196										197										198										199										200										201										202										203										204										205										206										207										208										209										210										211										212										213										214										215										216										217										218										219										220										221										222										223										224										225										226										227										228										229										230										231										232										233										234										235										236										237										238										239										240										241										242										243										244										245										246										247										248										249										250										251										252										253										254										255										256										257										258										259										260										261										262										263										264										265										266										267										268										269										270										271										272										273										274										275										276										277										278										279										280										281										282										283										284										285										286										287										288										289										290										291										292										293										294										295										296										297										298										299										300										301										302										303										304										305										306										307										308										309										310										311										312										313										314										315										316										317										318										319										320										321										322										323										324										325										326										327										328										329										330										331										332										333										334										335										336										337										338										339										340										341										342										343										344										345										346										347										348										349										350										351										352										353										354										355										356										357										358										359										360										361										362										363										364										365										366										367										368										369										370										371										372										373										374										375										376										377										378										379										380										381										382										383										384										385										386										387										388										389										390										391										392										393										394										395										396										397										398										399										400										401										402										403										404										405										406										407										408										409										410										411										412										413										414										415										416										417										418										419										420										421										422										423										424										425										426										427										428										429										430										431										432										433										434										435										436										437										438										439										440										441										442										443										444										445										446										447										448										449										450										451										452										453										454										455										456										457										458										459										460										461										462										463										464										465										466										467										468										469										470										471										472										473										474										475										476										477										478										479										480										481										482										483										484										485										486										487										488										489										490										491										492										493										494										495										496										497										498										499										500										501										502										503										504										505										506										507										508										509										510										511										512										513										514										515										516										517										518										519										520										521										522										523										524										525										526										527										528										529										530										531										532										533										534										535										536										537										538										539										540										541										542										543										544										545										546										547										548										549										550										551										552										553										554										555										556										557										558										559										560										561										562										563										564										565										566										567										568										569										570										571										572										573										574										575										576										577										578										579										580										581										582										583										584										585										586										587										588										589										590										591										592										593										594										595										596										597										598										599										600										601										602										603										604										605										606										607										608										609										610										611										612										613										614										615										616										617										618										619										620										621										622										623										624										625										626										627										628										629										630										631										632										633										634										635										636										637										638										639										640										641										642										643										644										645										646										647										648										649										650										651										652										653										654										655										656										657										658										659										660										661										662										663										664										665										666										667										668										669										670										671										672										673										674										675										676										677										678										679										680										681										682										683										684										685										686										687										688										689										690										691										692										693										694										695										696										697										698										699										700										701										702										703										704										705										706										707										708										709										710										711										712										713										714										715										716										717										718										719										720										721										722										723										724										725										726										727										728										729										730										731										732										733										734										735										736										737										738										739										740										741										742										743										744										745										746										747										748										749										750										751										752										753										754										755										756										757										758										759										760										761										762										763										764										765										766										767										768										769										770										771										772										773										774										775										776										777										778										779										780										781										782										783										784										785										786										787										788										789										790										791										792										793										794										795										796										797										798										799										800										801										802										803										804										805										806										807										808										809										810										811										812										813										814										815										816										817										818										819										820										821										822										823										824										825										826										827										828										829										830										831										832										833										834										835										836										837										838										839										840										841										842										843										844										845										846										847										848										849										850										851										852										853										854										855										856										857										858										859										860										861										862										863										864										865										866										867										868										869										870										871										872										873										874										875										876										877										878										879										880										881										882										883										884										885										886										887										888										889										890										891										892										893										894										895										896										897										898										899										900										901										902										903										904										905										906										907										908										909										910										911										912										913										914										915										916										917										918										919										920										921										922										923										924										925										926										927										928										929										930										931										932										933										934										935										936										937										938										939										940										941										942										943										944										945										946										947										948										949										950										951										952										953										954										955										956										957										958										959										960										961										962										963										964										965										966										967										968										969										970										971										972										973										974										975										976										977										978										979										980										981										982										983										984										985										986										987										988										989										990										991										992										993										994										995										996										997										998										999										1000										1001										1002										1003										1004										1005										1006										1007										1008										1009										1010										1011										1012										1013										1014										1015										1016										1017										1018										1019										1020										1021										1022										1023										1024										1025										1026										1027										1028										1029										1030										1031										1032										1033										1034										1035										1036										1037										1038										1039										1040										1041										1042										1043										1044										1045									
--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
A0	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A1	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A2	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A3	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A4	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A5	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A6	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A7	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A8	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A9	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A10	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A11	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A12	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A13	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A14	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A15	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A16	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A17	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A18	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A19	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A20	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A21	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A22	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A23	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A24	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A25	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A26	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A27	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A28	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A29	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A30	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A31	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A32	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A33	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A34	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A35	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A36	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A37	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A38	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A39	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A40	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A41	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A42	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A43	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A44	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A45	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A46	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A47	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A48	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A49	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A50	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A51	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A52	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A53	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A54	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A55	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A56	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637	682	612
A57	738	686	608	508	388	511	613	525	398	501	571	634	572	768	549	548	330	337	327	739	638	520	637		

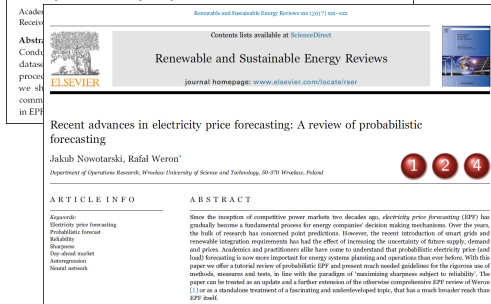
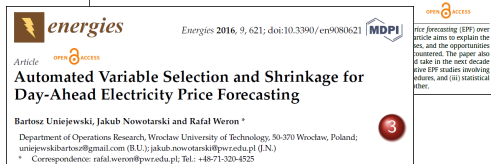
Variable significance across hours cont.

(Ziel & Weron, 2016, RePec)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$\Delta_{h,10}$	7.83	5.08	3.22	11.69	8.09	8.32	18.94	20.24	12.53	8.10	5.94	8.08	6.96	7.17	12.78	10.98	11.13	7.86	5.03	11.65	13.40	6.73	10.35	10.54
$\Delta_{h,11}$	10.10	11.09	4.65	3.70	2.92	3.55	5.88	10.44	11.14	7.41	6.32	5.74	3.29	2.75	3.66	2.97	4.23	2.38	1.77	3.54	3.52	4.60	4.36	2.03
$\Delta_{h,12}$	18.85	14.52	4.46	6.46	3.43	4.02	1.13	2.20	3.16	3.97	0.61	0.17	1.28	1.98	3.93	3.42	6.11	6.35	2.34	1.61	0.73	5.93	7.76	
$\Delta_{h,13}$	7.89	14.45	20.35	32.46	18.52	4.86	10.64	5.65	6.67	6.46	7.67	5.94	17.35	13.59	16.59	12.07	11.26	8.60	5.65	2.24	10.88	1.79		
$\Delta_{h,14}$	5.27	5.88	11.17	27.45	8.01	6.69	1.41	1.06	4.25	8.84	11.41	11.21	12.19	10.08	7.18	4.99	6.53	9.92	3.28	6.20	4.81	1.61	0.83	
$\Delta_{h,15}$	5.90	2.84	7.63	6.19	15.91	43.53	12.10	4.73	11.38	10.83	7.28	6.44	5.37	4.96	2.35	3.22	4.12	6.06	5.88	2.55	1.37	0.15		
$\Delta_{h,16}$	5.39	4.20	2.43	6.79	9.68	17.83	34.69	18.63	15.53	5.94	5.80	6.05	7.11	8.12	7.40	5.43	10.57	16.89	21.19	25.86	32.52	12.43	21.1	
$\Delta_{h,17}$	6.20	6.22	6.60	9.69	10.02	41.15	65.65	47.71	21.13	14.78	6.73	7.79	7.44	7.63	6.76	11.32	17.47	20.12	19.77	19.19	10.60			
$\Delta_{h,18}$	6.76	7.22	9.08	7.16	7.29	5.64	8.15	18.29	48.49	45.78	23.62	16.01	5.05	6.86	5.43	4.41	5.85	11.26	7.39	4.68	6.48	12.23	10.53	
$\Delta_{h,19}$	8.02	7.89	8.42	10.34	7.53	4.73	2.82	8.70	10.99	40.89	26.43	16.12	11.11	8.4	3.83	3.81	3.67	2.46	4.92	7.19	5.73	3.92	3.56	
$\Delta_{h,20}$	3.70	5.69	4.66	2.22	2.50	3.87	0.26	0.02	3.90	11.48	37.37	14.97	3.22	4.83	2.64	1.93	0.80	0.92	3.55	4.95	8.09	2.54	1.48	
$\Delta_{h,21}$	10.35	10.98	2.78	4.93	6.16	3.89	0.33	0.10	4.52	15.23	23.58	5.59	14.21	10.18	7.44	4.97	3.79	5.07	3.83	4.33	10.76	9.23	5.54	
$\Delta_{h,22}$	8.67	14.66	10.44	6.65	3.95	4.12	2.80	1.31	1.45	3.46	13.22	20.35	21.08	17.65	30.94	3.84	4.02	10.78	14.69	14.83	13.79	16.34	7.06	
$\Delta_{h,23}$	9.08	3.28	4.48	3.08	4.64	3.14	0.66	3.28	5.48	11.88	24.23	31.14	10.5	10.30	33.42	25.45	11.10	10.58	11.57	11.17	9.85	10.78	11.24	
$\Delta_{h,24}$	2.41	2.46	1.84	5.53	4.67	2.56	5.51	5.07	6.20	8.40	10.93	20.07	32.12	31.92	20.09	13.12	11.60	11.09	2.50	2.50	1.75	4.80	10.09	11.24
$\Delta_{h,25}$	1.71	1.37	2.44	1.25	1.38	2.56	4.90	5.11	7.56	7.45	8.00	18.06	10.06	40.75	41.51	26.10	16.35	15.52	11.11	7.42	1.80	1.27	0.67	
$\Delta_{h,26}$	1.15	0.10	1.22	3.24	0.78	1.68	1.66	3.41	5.12	11.39	25.84	23.14	32.01	43.59	39.89	44.43	31.71	18.42	8.74	5.34	7.35	8.15	12.32	
$\Delta_{h,27}$	5.17	4.09	3.54	4.47	5.08	5.51	1.80	5.37	5.95	9.02	14.89	18.57	11.49	45.77	40.19	54.95	39.95	14.08	5.84	1.07	3.60	3.31		
$\Delta_{h,28}$	4.40	4.79	4.38	1.98	1.81	1.32	9.84	10.53	10.30	22.47	6.36	2.95	4.07	4.04	5.36	6.53	7.78	11.33	9.90	5.09	5.05	2.27		
$\Delta_{h,29}$	9.08	12.22	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	10.98	
$\Delta_{h,30}$	3.87	3.78	2.41	2.89	4.93	5.86	4.39	2.19	2.95	4.50	2.90	2.02	1.82	1.20	2.50	2.30	2.41	6.39	7.43	6.87	7.05	9.85		
$\Delta_{h,31}$	22.61	22.62	22.62	22.64	22.68	60.49	88.59	89.59	97.73	105.91	97.73	105.91	97.73	105.91	97.73	105.91	97.73	105.91	97.73	105.91	97.73	105.91	97.73	
$\Delta_{h,32}$	17.40	17.40	17.40	17.42	17.46	17.42	17.46	17.42	17.46	17.42	17.46	17.42	17.46	17.42	17.46	17.42	17.46	17.42	17.46	17.42	17.46	17.42	17.46	
$\Delta_{h,33}$	19.04	19.04	19.02	17.17	16.09	8.26	14.69	14.61	14.43	14.60	12.99	15.13	10.83	15.42	12.85	13.85	13.52	17.44	18.64	17.04	16.64	14.92	7.36	
$\Delta_{h,34}$	23.87	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	18.91	
$\Delta_{h,35}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,36}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,37}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,38}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,39}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,40}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,41}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,42}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,43}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,44}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,45}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,46}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,47}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,48}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,49}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,50}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,51}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,52}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,53}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,54}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,55}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,56}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,57}$	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	19.04	
$\Delta_{h,58}$	19.04	19.04	19.04	19.04</																				

Agenda

- 1 Beyond point forecasts
⇒ probabilistic forecasts
- 2 Combining forecasts
 - Point forecasts
 - Probabilistic forecasts
- 3 Variable selection and shrinkage
 - LASSO
 - Elastic nets
- 4 Guidelines for evaluating forecasts



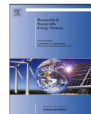
Guidelines for evaluating probabilistic forecasts

Renewable and Sustainable Energy Reviews xxx (2017) xxx–xxx



Contents lists available at ScienceDirect

Renewable and Sustainable Energy Reviews

journal homepage: www.elsevier.com/locate/rser

Recent advances in electricity price forecasting: A review of probabilistic forecasting

Jakub Nowotarski, Rafał Weron*

Department of Operations Research, Wrocław University of Science and Technology, 50-370 Wrocław, Poland

ARTICLE INFO

Keywords:

Electricity price forecasting
 Probabilistic forecast
 Reliability
 Sharpness
 Day-ahead market
 Autoregression
 Neural network

ABSTRACT

Since the inception of competitive power markets two decades ago, *electricity price forecasting* (EPF) has gradually become a fundamental process for energy companies' decision making mechanisms. Over the years, the bulk of research has concerned point predictions. However, the recent introduction of smart grids and renewable integration requirements has had the effect of increasing the uncertainty of future supply, demand and prices. Academics and practitioners alike have come to understand that probabilistic electricity price (and load) forecasting is now more important for energy systems planning and operations than ever before. With this paper we offer a tutorial review of probabilistic EPF and present much needed guidelines for the rigorous use of methods, measures and tests, in line with the paradigm of 'maximizing sharpness subject to reliability'. The paper can be treated as an update and a further extension of the otherwise comprehensive EPF review of Weron [1] or as a standalone treatment of a fascinating and underdeveloped topic, that has a much broader reach than EPF itself.

Maximizing *sharpness* subject to *reliability*

(Gneiting & Katzfuss, 2014; Nowotarski & Weron, 2017)

- *Reliability* refers to statistical consistency ($x\%$ PI covers $x\%$ of obs.)
- *Sharpness* refers to how tightly the PI covers the observations

Interval forecasts		Density forecasts	
Statistics	Tests	Statistics	Tests
<i>Reliability / calibration / unbiasedness</i>			
Unconditional coverage [46, 74]	Kupiec [74]	Probability Integral Transform (PIT) [14, 75]	Visual 'tests' [14, 16] <i>Tests for uniformity</i> [76, 77]
Conditional coverage [46] (CC = UC + Independence)	Christoffersen [46] (<i>Lagged</i> [78]) <i>Ljung-Box Christoffersen</i> [79] <i>Duration-based tests</i> [80, 81] <i>Dynamic Quantile (DQ)</i> [82] <i>VQR</i> [83]	Berkowitz CC statistic [48]	Berkowitz [48]
<i>Sharpness (and reliability)</i>			
Pinball loss [84, 85] Winkler (interval) score [86]	Diebold-Mariano [87, 88] <i>Model confidence set</i> [89] <i>Forecast encompassing</i> [90]	Continuous Ranked Probability Score (CRPS) [15, 91] <i>Logarithmic score</i> [92]	Diebold-Mariano [87, 88] <i>Model confidence set</i> [89] <i>Forecast encompassing</i> [90]

Take-home messages

- 1 Beyond point forecasts
⇒ probabilistic forecasts
- 2 Combining forecasts
 - Point forecasts
 - Probabilistic forecasts
- 3 Variable selection and shrinkage
 - LASSO
 - Elastic nets
- 4 Guidelines for evaluating forecasts

